

# Analiza pola magnetycznego w silniku liniowym oscylacyjnym oraz obliczanie jego parametrów elektromagnetycznych

Bronisław Tomczuk, Andrzej Waindok, Dawid Wajnert

**W**raz z zastosowaniem nowych materiałów magnetycznych rozszerzają się możliwości projektowe związane z konstrukcją maszyn elektrycznych. Modernizacji ulegają nie tylko istniejące konstrukcje maszyn, lecz również pojawiają się nowe, dla których nie przeprowadzono dogłębnych analiz. Szczególny postęp dokonał się wraz z pojawieniem się w latach 80. XX wieku magnesów ziem rzadkich, o dużych wartościach indukcji remanentu, a przede wszystkim o dużych gęstościach energii pola magnetycznego. Możliwości tych magnesów nie zostały jeszcze w pełni wykorzystane, o czym świadczą intensywne prace związane zarówno z polepszeniem ich właściwości, jak i nowymi zastosowaniami [8].

Badania maszyn z magnesami trwałymi są prowadzone od kilkudziesięciu lat. Jednakże stosowanie magnesów o znacznie większych gęstościach energii nie tylko umożliwia zmniejszenie ich gabarytów, lecz daje możliwość zmiany konstrukcji. Szczególnie dotyczy to silników i aktuatorów o ruchu liniowym, których badania były w przeszłości nieco zaniedbane [6]. Obecnie istnieje wielka różnorodność aktuatorów o ruchu liniowym [1, 2, 4, 11, 13, 14]. Spośród nich ważną rodzinę stanowią aktulatory przeznaczone do pracy oscylacyjnej [5, 9, 10, 16]. Wykorzystywane są one m.in. jako napędy pomp oraz jako generatory drgań mechanicznych. Wyżej wymienione generatory są stosowane w wielu urządzeniach wibracyjnych, w tym także jako silniki w układach do badań zmęczeniowych próbek materiałowych.

Autorzy pracy, w ramach grantu badawczo-rozwojowego nr N R01 0026 04, badali aktulatory o dużej sile i stosunkowo dużej częstotliwości drgań mechanicznych skonstruowane z wykorzystaniem silnych magnesów trwałych. Mogą one z powodzeniem zastąpić hydrauliczne silniki olejowe przeznaczone do badań zmęczeniowych dla próbek materiałów konstrukcyjnych [15]. Katedra Elektrotechniki Przemysłowej wraz z Katedrą Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn opracowała nową konstrukcję aparatury do badań zmęczeniowych.

Modele matematyczne oraz fizyczne tego typu silników pozwalają na ocenę analizy pola magnetycznego. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki obliczeń rozkładu indukcji magnetycznej oraz siły dla jednego z badanych modeli silników.

## Opis konstrukcji silnika

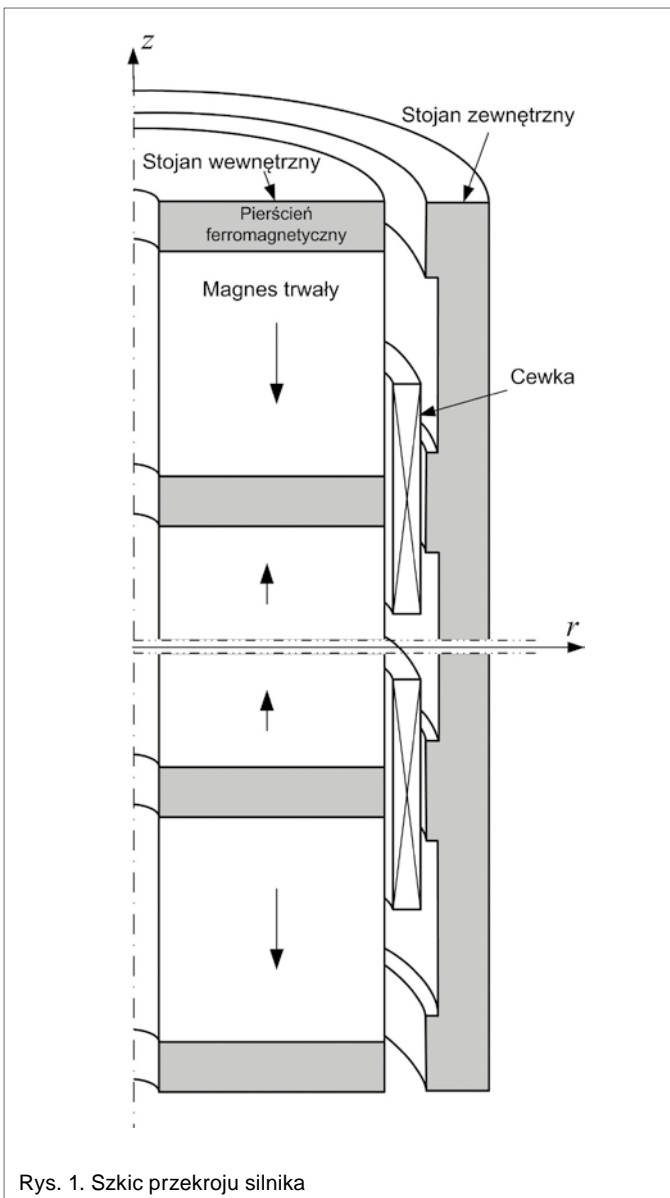
Silnik do badań zmęczeniowych musi charakteryzować się możliwie dużym stosunkiem siły do masy części ruchomej, możliwie szerokim zakresem częstotliwości pracy (np. od 0 do 50 Hz) oraz odpowiednią amplitudą drgań. Ze względu na sze-

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono wyniki obliczeń silnika liniowego o ruchu oscylacyjnym. Silnik projektowano w celu zastosowania go do badań zmęczeniowych. Siła ciągu, częstotliwość oraz amplituda skoku części ruchomej (biegnika) muszą podlegać sterowaniu. Jako wynik symulacji komputerowych przedstawiono rozkłady pola magnetycznego dla różnych wartości prądu wzbudzenia. Wykreślono wartości dwóch składowych pola magnetycznego w szczelnie powietrznej pomiędzy wewnętrzną i zewnętrzną częścią stojana. Wyznaczono i przedstawiono także wykresy siły w funkcji prądu płynącego w cewce oraz w funkcji położenia biegnika. W modelu matematycznym, w celu analizy pola magnetycznego, wykorzystano metodę elementów skończonych (FEM). Wartości siły obliczono ze wzoru Lorentza. Celem prowadzonych badań było otrzymanie możliwie stałej wartości siły ciągu w funkcji położenia biegnika.

## MAGNETIC FIELD ANALYSIS IN THE LINEAR OSCILLATING ACTUATOR AND ITS ELECTROMAGNETIC PARAMETERS CALCULATION

**Abstract:** The calculation results for a linear oscillating motor have been presented. The motor is designed to be used in mechanical fatigue tests. The thrust, frequency and amplitude of the motor moving part (mover) have to be controlled. As the results of the computer simulations the magnetic field distributions under different excitation current values have been obtained and presented. The two components of the magnetic flux density values, in the air gap between inner and outer stator parts, have been depicted. The force values as a function of the coil current and mover position have also been calculated and presented. In the mathematical model, the finite element method (FEM), for magnetic field analysis, has been implemented. The force values have been calculated from Lorentz formula. The target of the studies was to obtain the magnetic force value vs. mover position as constant as possible.

roki zakres częstotliwości drgań silniki pracujące na zasadzie rezonansu nie spełniają założonych wymagań. Z kolei duży stosunek siły do masy części ruchomej oraz stosunkowo wysoka częstotliwość drgań eliminują konstrukcje z magnesami trwałymi umieszczonymi w części ruchomej. W wyniku przeprowadzonej przez autorów analizy założeń konstrukcyjnych oraz me-



Rys. 1. Szkic przekroju silnika

chanicznych możliwości budowy okazało się, że najlepszą konstrukcją będzie tubowy silnik cewkowy [5]. Charakteryzuje się on wystarczającym skokiem, stosunkowo lekką częścią ruchomą oraz możliwością pracy w zadanym zakresie częstotliwości.

Na rys. 1 przedstawiono szkic przekroju badanego silnika. Składa się on z magnesów w stojanie wewnętrznym oraz cewek stanowiących uzwojenie wzbudzenia. Prąd płynący przez to uzwojenie wytwarza siłę Lorentza, która jest skierowana wzdłuż osi  $z$  (rys. 1). Na rysunku pominięto elementy konstrukcji mechanicznej, których kształt i gabaryty mają duży wpływ na przenoszenie siły ciągu.

### Model matematyczny

Model obliczeniowy aktuatora – wzbudnika drgań wykonano, wykorzystując metodę elementów skończonych i symetrię osiową konstrukcji. Z uwagi na stosunkowo mały strumień wzbudzenia w uzwojeniu w stosunku do strumienia magnesów, pominięto prądy wirowe. W analizie pola uwzględniono nieliniową charakterystykę magnesowania stali (stal ST3) oraz liniową charakterystykę od magnesowania magnesów trwałych (NdFeB35) [13]. Uwzględniając przyjęte założenia, pole ma-

gnetyczne można opisać nieliniowym równaniem Poissona dla składowej  $A_\phi$  potencjału wektorowego  $\vec{A}$ , które w układzie osiowo-symetrycznym przedstawia się następująco [3, 7]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{\mu(B)} \left( \frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\mu(B)} \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right] = -J_\phi \quad (1)$$

gdzie  $r$  oraz  $z$  są promieniową i osiąwą współrzedną układu współrzednych cylindrycznych,  $J_\phi$  jest składową kątową gęstości prądu wzbudzającego, a  $\mu(B)$  jest funkcją nieliniowej przenikalności magnetycznej, zależnej od wartości indukcji magnetycznej  $B$ .

Rozwiązanie ww. równania eliptycznego pozwala wyznaczyć rozkład potencjału wektorowego  $\vec{A}$ . Na podstawie otrzymanego rozkładu potencjału wektorowego można obliczyć składowe wektora indukcji magnetycznej  $\vec{B}$  w płaszczyźnie  $r$ - $z$ , wykorzystując znaną zależność [12]

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = -\frac{\partial A_\phi}{\partial z} \vec{1}_r + \left( \frac{\partial A_\phi}{\partial r} + \frac{A_\phi}{r} \right) \vec{1}_z \quad (2)$$

gdzie  $\vec{1}_r$ ,  $\vec{1}_z$  są wersorami cylindrycznego układu współrzednych.

Siła Lorentza  $\vec{F}$  działająca na uzwojenie z prądem została wyznaczona z uwzględnieniem znajomości indukcji w obszarach objętości  $V$  uzwojeń z gęstością prądu  $\vec{J}$  (rys. 1).

$$\vec{F} = \int_V \vec{J} \times \vec{B} dV \quad (3)$$

Uwzględniając składową promieniową  $B_r$  oraz osiową  $B_z$  indukcji magnetycznej, siłę Lorentza można wyznaczyć po obliczeniu całki po powierzchni  $S$ , przez którą płynie prąd o gęstości  $J_\phi$ .

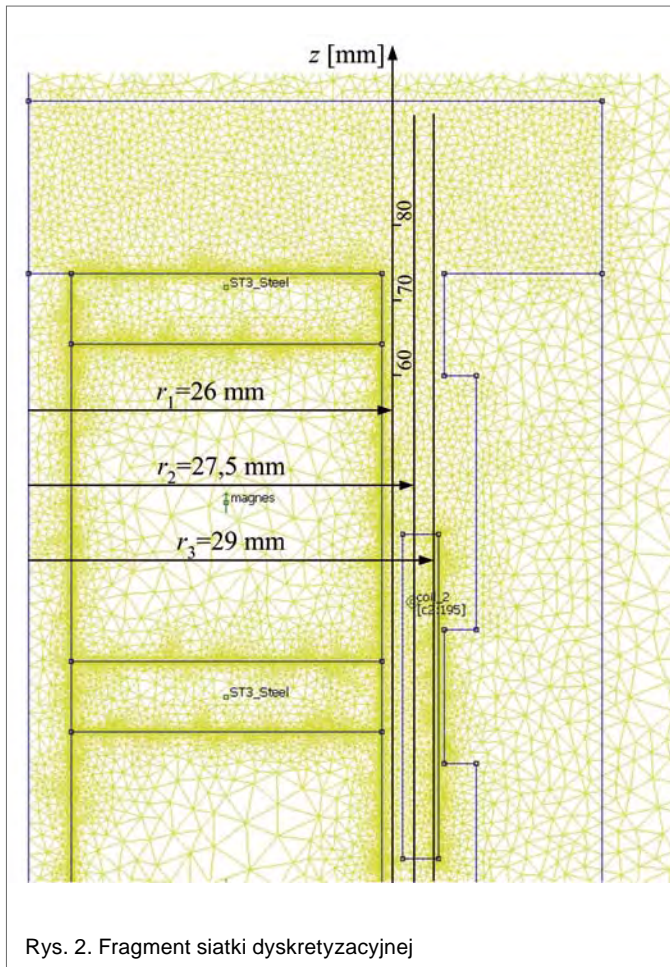
$$\vec{F} = 2\pi \int_S \left( J_\phi B_z \vec{1}_r - J_\phi B_r \vec{1}_z \right) r dr dz \quad (4)$$

W układzie osiowo-symetrycznym powyższą siłę można rozdzielić na składową promieniową  $F_r$  oraz osiową  $F_z$ .

W metodzie elementów skończonych (MES) jednym z najważniejszych kroków jest podział (dyskretyzacja) obszaru obliczeniowego na odpowiednie elementy. Na rys. 2 przedstawiono siatkę dyskretyzacyjną opartą na elementach trójkątnych. Szczególną uwagę zwrócono na podział (dyskretyzację) podobszarów otaczających granice międzyrodowiskowe, np. magnesów i stali, stali i powietrza itp. Bardzo ważna jest dyskretyzacja szczeliny powietrznej oraz uzwojenia. Wiąże się to z dokładnością i poprawnością obliczeń siły Lorentza.

### Analiza pola magnetycznego

Wykorzystując model matematyczny opisany w poprzednim rozdziale, po przeprowadzeniu prawidłowej dyskretyzacji obszaru obliczeniowego, wyznaczono izoliny potencjału magnetycznego będące liniami sił pola magnetycznego w silniku.



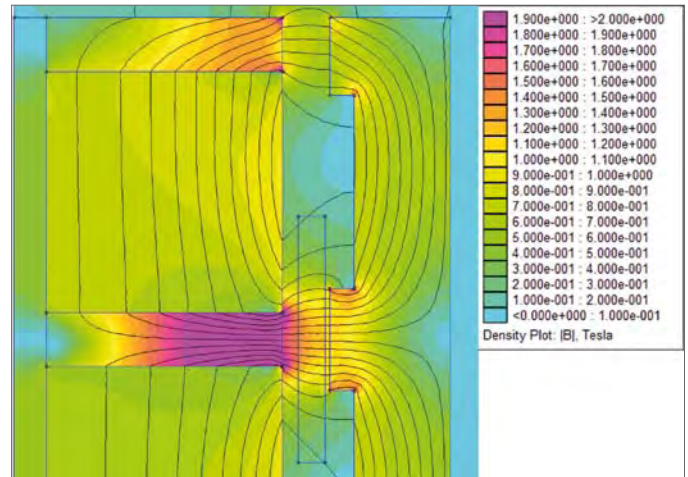
Rys. 2. Fragment siatki dyskretnej

Przeanalizowano dwa przypadki analizy pola. W pierwszym przypadku założono brak prądu płynącego w uzwojeniu, natomiast w drugim przyjęto wartość prądu równą  $I = 1$  A. Dla tej wartości przepływ w uzwojeniu wynosi  $\Theta = 780$  A. Prąd płynący w uzwojeniu praktycznie nie wpływa na rozkład linii sił pola magnetycznego (rys. 3 i 4), bowiem decyduje gęstość energii zawartej w magnesach neodymowych. Także wartość indukcji magnetycznej pozostaje niemal na niezmiennym poziomie.

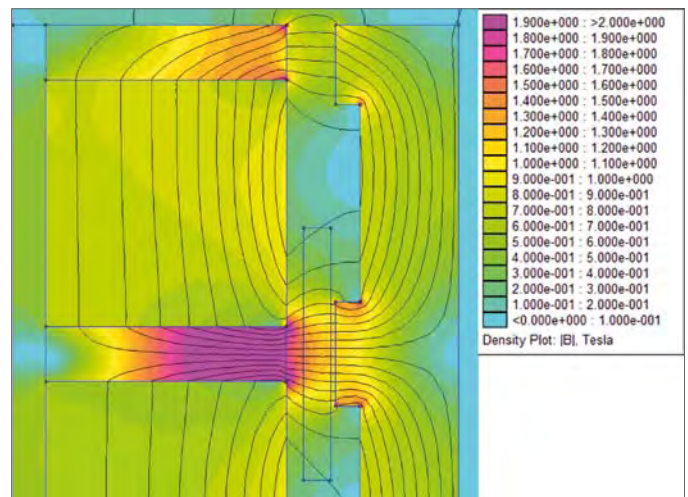
Zastosowanie magnesów trwałych o znacznym przepływie, sięgającym wartości ok. 21 kA, generuje w analizowanym układzie pole o wartości indukcji dochodzącej do 2 T. Ponieważ przepływ pojedynczej cewki uzwojenia wzbudzenia (195 A) jest znacznie mniejszy (blisko 100-krotnie), więc rozmagnesowujące działanie uzwojenia jest niemal niedostrzegalne.

Linie sił pola indukcji koncentrują się w pierścieniu ferromagnetycznym umieszczonym pomiędzy magnesami o przeciwnych kierunkach namagnesowania (rys. 3 i 4). Wzmacniające magnesowanie obydwu przepływów prowadzi niemal do nasycenia magnetycznego materiału (wartość indukcji przekracza 2 T). W pozostałych podobszarach indukcja magnetyczna ma mniejszą wartość, np. w stojanie zewnętrznym nie przekracza 1,5 T.

Wartość indukcji w szczelinie powietrznej między stojanem wewnętrznym i zewnętrznym zależy od odległości od magnesów. Na rys. 5 i 6 wykreślono wartości indukcji wzdłuż pionowej osi  $z$  (rys. 2), dla trzech odległości  $r_1$ ,  $r_2$  i  $r_3$  od osi symetrii silnika. Z przeprowadzonych obliczeń wyznaczono wartości składowej normalnej ( $B_r$ , rys. 5) i stycznej ( $B_z$ , rys. 6) indukcji wzdłuż szczeliny powietrznej. Należy dodać, że promień stojana



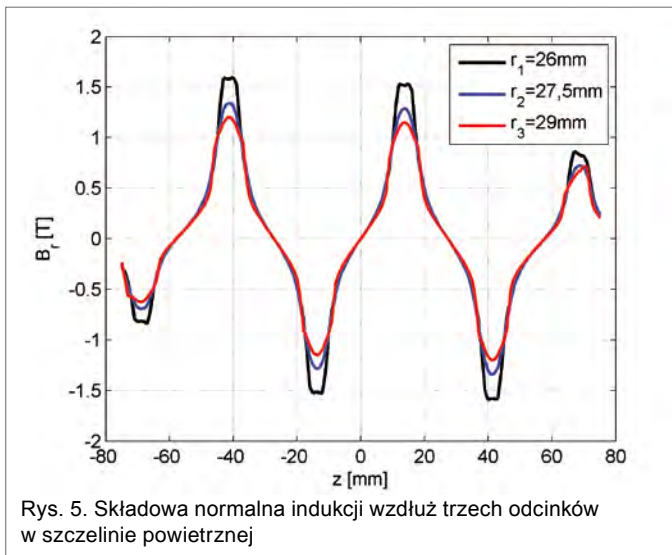
Rys. 3. Linie sił pola magnetycznego w górnym fragmencie silnika przy braku prądu płynącego w uzwojeniu

Rys. 4. Linie sił pola i indukcja magnetyczna w górnej części silnika dla prądu  $I = 1$  A

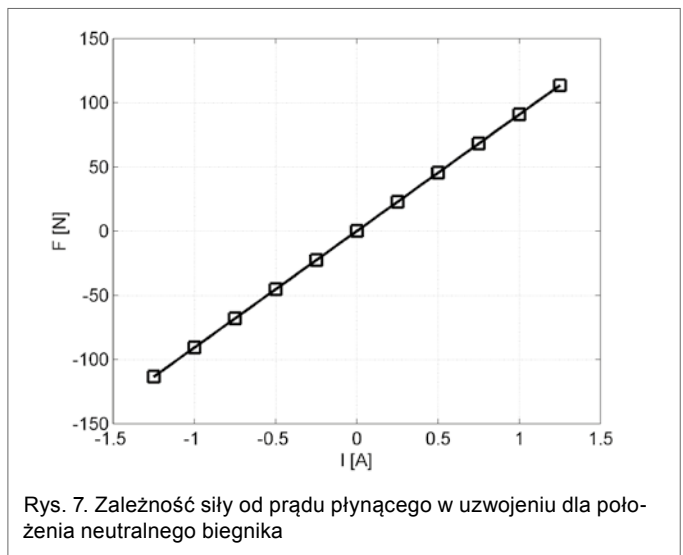
wewnętrznego ma wartość  $R = 25$  mm, natomiast długość szczeliny powietrznej między stojanami wynosi  $\delta = 4,5$  mm. Wartość indukcji wykreślono wzdłuż odcinków położonych w odległościach 1,5 mm od siebie. Odległości tych linii oznaczono kolejno wymiarami promieni od osi symetrii ( $r_1 = 26$  mm,  $r_2 = 27,5$  mm,  $r_3 = 29$  mm). Ostatnie dwa odcinki, wzdłuż których obliczono wartości indukcji, znajdują się w obszarze uzwojenia.

Największa wartość indukcji występuje dla odcinka położonego najbliżej stojana wewnętrznego. W przypadku składowej normalnej  $B_r$  indukcji (rys. 5), odpowiedzialnej za powstawanie siły ciągu, wartości maksymalne przekraczają nieznacznie 1,5 T i występują w pobliżu powierzchni bocznej pierścienia ferromagnetycznego. Wartości składowej stycznej indukcji (rys. 6) są znacznie mniejsze (poniżej 0,6 T), a ich maksima pojawiają się w pobliżu naroży magnesów.

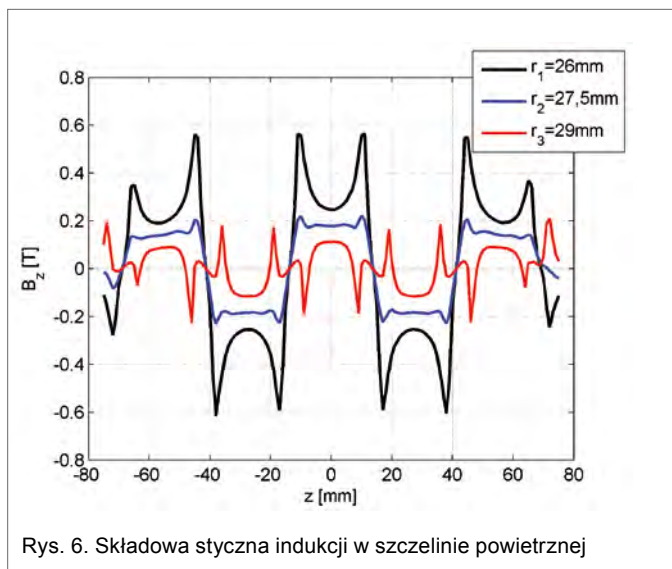
Wraz z przesuwaniem się punktów obliczeniowych w stronę stojana zewnętrznego wartość indukcji magnetycznej maleje. Szczególnie znacząco zmniejsza się wartość składowej stycznej  $B_z$  (rys. 6). Wartość składowej normalnej  $B_r$  dla odcinka środkowego  $r_2 = 27,5$  mm nie różni się znacząco od wartości składowej normalnej w punktach odcinka znajdującego się w pobliżu stojana zewnętrznego (rys. 5). Korzystne jest to z punktu widzenia generowania siły ciągu.



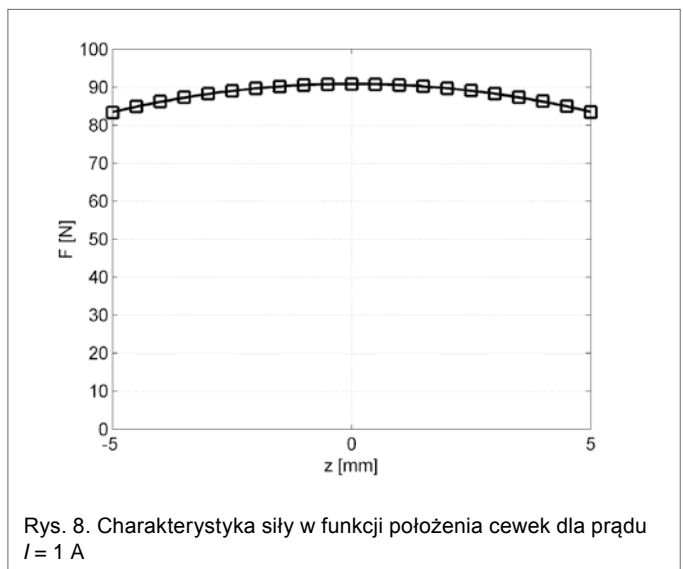
Rys. 5. Składowa normalna indukcji wzdłuż trzech odcinków w szczeliny powietrznej



Rys. 7. Zależność siły od prądu płynącego w uzwojeniu dla położenia neutralnego biegnika



Rys. 6. Składowa styczna indukcji w szczeliny powietrznej

Rys. 8. Charakterystyka siły w funkcji położenia cewek dla prądu  $I = 1$  A

### Obliczenia siły ciągu

Obliczenia siły Lorentza wykonano dla dwóch przypadków. W pierwszym z nich przyjęto stałe, neutralne położenie uzwojenia. Neutralne dotyczy przypadku pokrywania się środków cewek i pierścieni ferromagnetycznych. Jest to położenie, dla którego otrzymuje się największe wartości siły. Obliczenia wykonano dla wartości prądu zmieniających się w zakresie  $I = -1,25 - 1,25$  A. W drugim przypadku przyjęto stałą wartość prądu równą  $I = 1$  A. Zmieniano natomiast położenie cewek w zakresie  $z = -5 - 5$  mm od położenia neutralnego.

Zależność siły od wartości prądu wzbudzenia jest praktycznie liniowa (rys. 7), co jest niewątpliwą zaletą tego typu silnika. Wartość siły dla prądu  $I = 1$  A dochodzi do  $F = 90$  N. Ponieważ wartość skuteczna prądu znamionowego silnika wynosi  $I_N = 1$  A, to wartość maksymalna siły dla wartości maksymalnej prądu  $I_{max} = 1,41$  A wynosi  $F = 127$  N.

Jednym z celów obliczeń wariantowych był dobór takiej konstrukcji i takich wymiarów obwodu magnetycznego, aby możliwe było otrzymanie niemal płaskiej charakterystyki siły w funkcji położenia cewek uzwojenia wzbudzającego. Zmiany siły w funkcji położenia dobrze charakteryzuje współczynnik pulsacji. Współczynnik ten obliczono według następującej zależności,

$$w_{pul} = \frac{F_{Nmax} - F_{Nmin}}{F_{NAV}} \quad (5)$$

gdzie  $F_{Nmax}$ ,  $F_{Nmin}$  i  $F_{NAV}$  to kolejno wartości maksymalna, minimalna i średnia siły ciągu dla prądu znamionowego przy przemieszczeniu biegnika w zakresie 10 mm. Wstępne obliczenia pozwoliły na uzyskanie charakterystyki o współczynniku pulsacji (dla  $I = 1$  A) wynoszącym  $w_{pul} = 8,4\%$ . Jego stosunkowo mała wartość oraz „gładki” wykres charakterystyki  $F(z)$  umożliwia zastosowanie klasycznych układów regulacji PID do sterowania pracą silnika w układzie do badań zmęczeniowych próbek materiałowych. Przebieg charakterystyki siły w funkcji przemieszczenia elementu ruchomego (cewki) znajduje swoje odzwierciedlenie w płynnej i cichej pracy silnika.

### Uwagi i wnioski

Uwzględniając wymagania konstrukcji do napędu maszyny do badań zmęczeniowych, spośród wielu typów aktuatorów liniowych wybrano silnik z ruchomym uzwojeniem. Wybór tego typu silnika był poprzedzony szeregiem obliczeń wariantowych, których wyników, ze względu na objętość artykułu, nie zamieszczono w niniejszej pracy.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń numerycznych potwierdzają przydatność analizowanej konstrukcji silnika do badań zmęczeniowych. Zgodnie z wymaganiami przebieg siły w funkcji prądu jest liniowy. W małym założonym zakresie zmian położenia uzwojenia wartość siły ulega niewielkim zmianom (pulsacje na poziomie 8%). Wartość siły osiąga znaczne wartości sięgające 130 N.

Rozkład linii sił pola magnetycznego potwierdza prawidłowość obliczeń. Prąd płynący w uzwojeniu praktycznie nie wpływa na wartość indukcji w szczelinie, która sięga 1,5 T (dla składowej promieniowej indukcji). Moduł wartości indukcji w magnesie jest o połowę mniejszy niż w pierścieniu ferromagnetycznym oraz o 30% mniejszy niż w szczelinie powietrznej. Wynika to ze specyficznego ukształtowania obwodu magnetycznego, w którym linie sił pola magnetycznego, wzbudzanego przez magnesy trwałe, są koncentrowane właśnie w tych podobszarach.

Przeprowadzone obliczenia są wstępem do dalszych, bardziej szczegółowych analiz silnika mających na celu poprawienie jego parametrów. Szczególny nacisk będzie położony na kształtowanie charakterystyki przebiegu siły w funkcji położenia. Otrzymane wyniki obliczeń rozkładu pola magnetycznego oraz wartości siły ciągu pozwalają dostrzec pewne możliwości w zakresie optymalizacji konstrukcji silnika.

## Literatura

- [1] BAKER N. J., MUELLER M.A., TAVNER P.J., RAN LI: *Prototype development of direct-drive linear electrical machines for marine energy converters*, World Renewable Energy Congress (WREC), 2005, Elsevier Ltd., pp. 271–276.
- [2] BASAK A.: *Permanent-magnet DC linear motors*, Clarendon Press, Oxford, 1996.
- [3] BINNS K.J., LAWRENSON P.J., TROWBRIDGE C.W.: *The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields*, Wiley & Sons, Chichester, 1995.
- [4] BOLDEA I., NASAR S.A.: *Linear electric actuators and generators*, Cambridge Univ. Press, UK, 2005.
- [5] KCIUK S., PILCH Z., SZCZYGIEL M., TRAWIŃSKI T.: *VCM motor for active vibroisolation – theoretical backgrounds*, Int. XV Symp. Micromachines and Servosystems, Soplicowo, Poland, September 17–21, 2006, pp. 195–200.
- [6] LAITHWAITE E.R.: *A history of linear electric motors*, MacMillan, London, 1987.
- [7] MEEKER D.: *FEMM 4.0, User's Manual*, Univ. of Virginia, Virginia, USA, 2004.
- [8] SOIŃSKI M.: *Materiały magnetyczne w technice*, Warszawa, COSiW, 2001.
- [9] TOMCZUK B., SOBOL M.: *A Field-Network model of a linear oscillating motor and its dynamics characteristics*, IEEE Transactions on Magnetism, New York, USA, Vol. 41, No. 8, August 2005, pp. 2362–2367.
- [10] TOMCZUK B., SOBOL M.: *Field analysis of the magnetic systems for tubular linear reluctance motors*, IEEE Transactions on Magnetism, New York, USA, Vol. 41, No. 4, April 2005, pp. 1300–1305.
- [11] TOMCZUK B., WAINDOK A.: *Integral parameters of the magnetic field in the permanent magnet linear motor*, Monograph entitled *Intelligent Computer Techniques in Applied Electromagnetics (in series Studies in Computational Intelligence)*, Springer Verlag, Heidelberg, Germany, Vol. 119, 2008, pp. 277–281.
- [12] TOMCZUK B.: *Metody numeryczne w analizie pola układów transformatorowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Opolskiej, Opole 2007.
- [13] TOMCZUK B., SCHRÖDER G., WAINDOK A.: *Finite element analysis of the magnetic field and electromechanical parameters calculation for a slotted permanent magnet tubular linear motor*, IEEE Trans. on Magnetism, New York, USA, Vol. 43, No. 7, July 2007, pp. 3229–3236.
- [14] TOMCZUK B., WAINDOK A., ZIMON J.: *Polowe obliczanie parametrów elektromagnetycznych silników liniowych i łożysk magnetycznych*, „Przegląd Elektrotechniczny” (Electrical Review), R. 85, nr 3/2009, pp. 111–114.
- [15] WALAT K., KAROLCZUK A., ŁAGODA T.: *Fatigue life according to cyclic strain characteristics determined from variable-amplitude loading*, Materialprüfung Materials Testing, Carl Hanser Verlag, München, 51, (2009), 5, pp. 286–290.
- [16] YOON S.-B., JUNG I.-S., KIM K.-CH., HYUN D.S.: *Dynamic analysis of a reciprocating linear actuator for gas compression using finite element method*, IEEE Trans. on Magnetism, Vol. 33, No. 5, September 1997, pp. 4113–4115.

Praca współfinansowana przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego w ramach projektu Nr N N510 533739.



KAPITAŁ LUDZKI  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Praca współfinansowana ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

prof. dr hab. inż. Bronisław Tomczuk – kierownik Katedry Elektrotechniki Przemysłowej, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Politechnika Opolska, tel. 77-453 84 48 w. 148, e-mail: b.tomczuk@po.opole.pl.  
Tytuł prof., dr hab. otrzymał odpowiednio w 2007 r. i 1995 r. W 2009 r. został prof. zw. w Politechnice Opolskiej. Członek wielu towarzystw i stowarzyszeń, m.in. Compumag Society (od 2001 r.), SEP (od 1977 r.), PTETiS (od 1986 r.). Członek sekcji Komitetu Elektrotechniki PAN;

dr inż. Andrzej Waindok – Katedra Elektrotechniki Przemysłowej, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Politechnika Opolska; tel. 77-453 84 48 w. 154, e-mail: a.waindok@po.opole.pl. Doktorat obronił w 2008 r. na Politechnice Opolskiej, gdzie od 2002 r. jest zatrudniony w Katedrze Elektrotechniki Przemysłowej. Jest członkiem IEEE (od 2007 r.), Compumag Society (od 2009 r.), SEP (od 2001 r.) oraz PTETiS (od 2008 r.);

mgr inż. Dawid Wajnert – Katedra Elektrotechniki Przemysłowej, Wydział Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki, Politechnika Opolska, tel. 77-453 84 48 w. 154, e-mail: dawid.wajnert@op.pl. Ukończył studia magisterskie w 2008 r. na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki i Informatyki Politechniki Opolskiej. Obecnie jest słuchaczem studiów doktoranckich na Politechnice Opolskiej