Modele teoretyczne i matematyczne momentu strat mechanicznych w pompie stosowanej w napędzie hydrostatycznym

Zygmunt Paszota

Opracowanie jest kontynuacją prac [1–18], których celem jest stworzenie metody oceny strat i sprawności energetycznej napędów hydrostatycznych oraz zastosowanych w nich maszyn wyporowych (pomp i silników hydraulicznych). Metoda opiera się na modelach matematycznych strat energetycznych występujących w pompach, w silnikach hydraulicznych i w pozostałych elementach układu napędu hydrostatycznego.

Podstawą opisu strat i sprawności energetycznej pompy jest wykres wzrostu mocy w układzie napędowym przeciwnego do kierunku przepływu mocy, który zastępuje wykres Sankeya spadku mocy zgodnego z kierunkiem przepływu mocy [18]. Wykres Sankeya spadku (podziału) mocy w układzie napędowym zgodnego z kierunkiem przepływu mocy jest główną przyczyną błędnej oceny strat energetycznych, między innymi w pompach i w silnikach hydraulicznych wyporowych stosowanych w hydrostatycznych układach napędowych.

W trakcie pracy hydrostatycznego układu napędowego straty energetyczne wymuszają wzrost mocy w układzie – od mocy użytecznej P_{Mu} wymaganej przez napędzaną silnikiem hydraulicznym maszynę do mocy P_{Pc} konsumowanej na wale pompy.

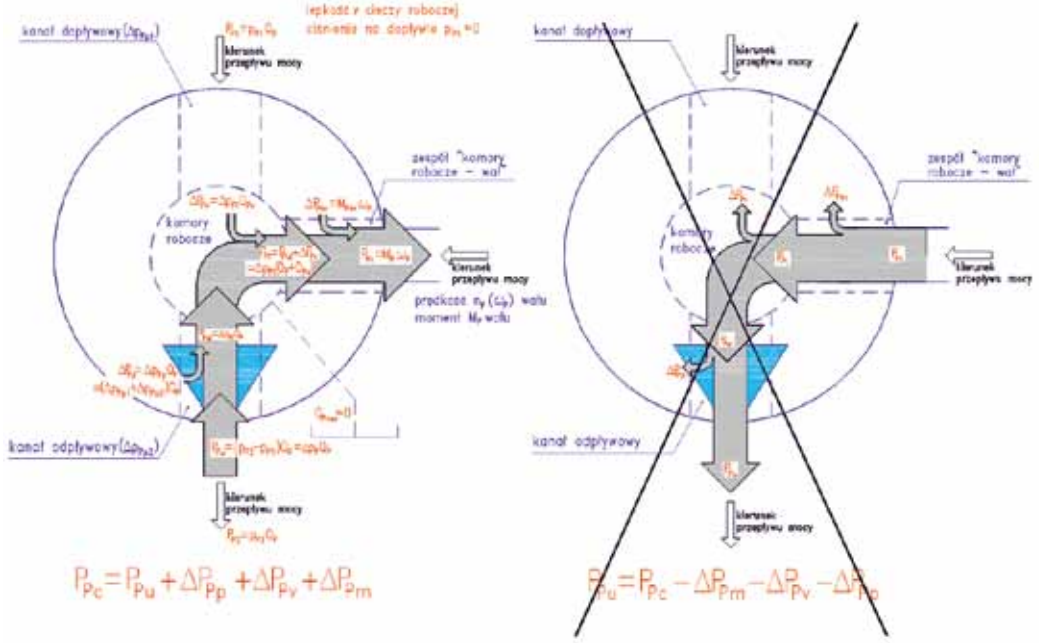
W opisie przepływu mocy w układzie napędowym i związanych z nim mocy strat energetycznych nie należy używać pojęć: „spadek mocy”, „podział mocy”, „strata mocy”.

Z mocami strat energetycznych występującymi w układzie napędowym należy natomiast związać pojęcia: „wzrost mocy”, „przyrost mocy”.

Streszczenie: W pracy przedstawiono modele teoretyczne i matematyczne momentu strat mechanicznych występujących w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału (o stałej teoretycznej objętości roboczej V_{Pt}) i o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} na obrót wału (o zmiennej geometrycznej objętości roboczej V_{Pgv}). Modele mają służyć badaniom laboratoryjnym i symulacyjnym strat energetycznych w pompie, umożliwiającym ocenę sprawności energetycznej pompy i sprawności napędu hydrostatycznego.

THEORETICAL AND MATHEMATICAL MODELS OF THE TORQUE OF MECHANICAL LOSSES IN THE PUMP USED IN A HYDROSTATIC DRIVE

Abstract: *The paper presents theoretical and mathematical models of the torque of mechanical losses in the pump with theoretical (constant) capacity q_{Pt} per one shaft revolution (with constant theoretical working volume V_{Pt}) and geometrical (variable) capacity q_{Pgv} per one shaft revolution (with variable volume V_{Pgv}). The models may be used in the laboratory and simulation investigations of the pump energy efficiency and the hydrostatic drive efficiency.*


kanał dopływowy
kierunek przepływu mocy
zespół komory robocze – wał
komory robocze
kierunek przepływu mocy
kanał odpływowy
kierunek przepływu mocy
kierunek przepływu mocy
kierunek przepływu moc

Na rys. 1 przedstawiony został wykres wzrostu mocy w pompie wyporowej przeciwnego do kierunku przepływu mocy, który zastępuje wykres Sankeya spadku mocy zgodnego z kierunkiem przepływu mocy.

Celem opracowania jest przedstawienie modeli teoretycznych i matematycznych momentu strat mechanicznych występujących w zespole konstrukcyjnym „komory robocze – wał" pompy. Pompa jest maszyną wyporową o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału (o stałej teoretycznej objętości roboczej V_{Pt}) bądź o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} na obrót wału (o zmiennej geometrycznej objętości roboczej V_{Pgv}).

Modele mają służyć badaniom laboratoryjnym i symulacyjnym strat mechanicznych w pompie, umożliwiającym ocenę sprawności energetycznej pompy i sprawności napędu hydrostatycznego.

Modele teoretyczne momentu M_{Pm} strat mechanicznych w zespole konstrukcyjnym „komory robocze – wał" pompy

Moment M_P na wale pompy (wymagany przez pompę od napędzającego ją silnika) musi być większy od momentu indykowanego M_{Pi} w komorach roboczych pompy w wyniku konieczności równoważenia nim również momentu M_{Pm} strat mechanicznych występujących w zespole konstrukcyjnym „komory robocze – wał". Zespół formuje komory robocze i zmienia ich objętość oraz łączy komory robocze z wałem. Moment M_P wymagany przez pompę na jej wale jest więc równy sumie momentu M_{Pi} indykowanego w komorach roboczych i momentu M_{Pm} strat mechanicznych w zespole konstrukcyjnym „komory robocze – wał" pompy:

$$M_P = M_{Pi} + M_{Pm} \tag{1}$$

Moment M_{Pm} strat mechanicznych występujących w pompie o zmiennej wydajności q_{Pgv} na obrót wału jest, przy maksymalnej wielkości q_{Pgv}, czyli przy $q_{Pgv} = q_{Pt}$ (przy współczynniku $b_P = q_{Pgv}/q_{Pt} = 1$), równy momentowi strat mechanicznych występujących w tej pompie, pracującej jako pompa o stałej wydajności q_{Pt} na obrót wału. Modele teoretyczne i matematyczne opisujące moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie o zmiennej wydajności q_{Pgv} na obrót wału mogą więc być zbudowane w oparciu o modele M_{Pm} opisujące moment strat mechanicznych w pompie o stałej wydajności q_{Pt} na obrót wału (przy $b_P = 1$). W rozważaniach dotyczących modeli opisujących moment strat mechanicznych w pompie zakładamy, że pompa napędzana jest z praktycznie stałą prędkością obrotową n_P, zaś pewien spadek prędkości jej wału (spadek prędkości silnika napędzającego pompę w wyniku wzrostu momentu M_P obciążającego wał tego silnika) do wartości $n_P < n_{P0}$ (n_{P0} – prędkość obrotowa nieobciążonego silnika napędzającego pompę) jest, z punktu widzenia wpływu prędkości n_P na wielkość momentu M_{Pm} strat mechanicznych, pomijalny.

Moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie jest głównie skutkiem sił tarcia występujących między elementami zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał", a zależnych, między innymi, od momentu M_{Pi} indykowanego w komorach roboczych – $M_{Pi} = q_{Pgv}\,\Delta p_{Pi}/2\Pi = b_P\, q_{Pt}\,\Delta p_{Pi}/2\Pi$.

Siły tarcia występujące między elementami zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał" są w pewnym stopniu również skutkiem obciążenia tych elementów siłami bezwładności wynikającymi z ich ruchu obrotowego i posuwisto-zwrotnego a zależnymi od wydajności q_{Pgv} pompy na obrót wału (od współczynnika b_P).

W pompach tłokowych (osiowych lub promieniowych), posiadających obudowę (karter) wypełnioną cieczą, występują także siły tarcia między elementami zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał" a tą cieczą, które zależne są, między innymi, od lepkości ν cieczy.

Wielkość momentu $M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ strat mechanicznych w zespole konstrukcyjnym „komory robocze – wał" pompy, obciążonym przyrostem indykowanym Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych, w pompie pracującej przy wydajności $q_{Pgv} = b_p\, q_{Pt}$ na obrót wału i tłoczącej ciecz roboczą o (stałej) lepkości odniesienia ν_n, może być opisana jako suma momentu $M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_p,\, \nu_n}$ strat mechanicznych występujących w pompie nieobciążonej (momentu strat występujących w okresie, gdy przyrost indykowany Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych pompy jest równy zeru – $\Delta p_{Pi} = 0$) oraz przyrostu $\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ momentu strat mechanicznych, przyrostu będącego skutkiem obciążenia elementów konstrukcyjnych momentem M_{Pi} indykowanym w komorach roboczych pompy (momentem M_{Pi} występującym w okresie, gdy przyrost indykowany Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych pompy jest większy od zera – $\Delta p_{Pi} > 0$):

$$M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P, \nu_n} = M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P, \nu_n} + \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P, \nu_n} \tag{2}$$

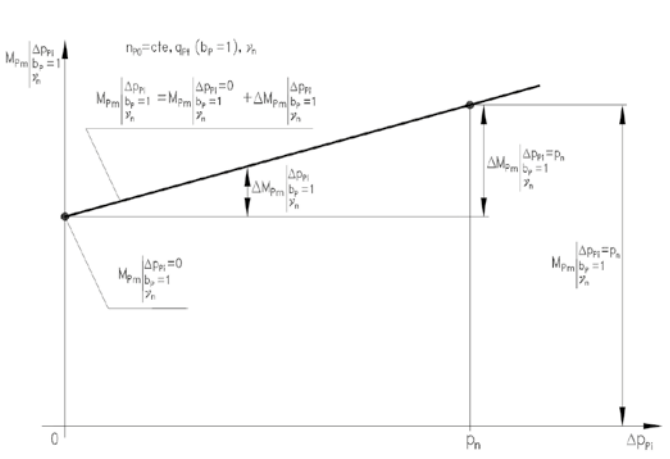
Moment M_{Pi} indykowany w komorach roboczych pompy jest proporcjonalny do przyrostu indykowanego Δp_{Pi} ciśnienia w komorach i do objętości czynnej komór, tworzonej w trakcie jednego obrotu wału pompy, objętości, która jest równa wydajności teoretycznej q_{Pt} na obrót wału w pompie o stałej wydajności na obrót lub wydajności geometrycznej $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ na obrót wału w pompie o zmiennej wydajności na obrót.

Elementy zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał" są zatem obciążone:

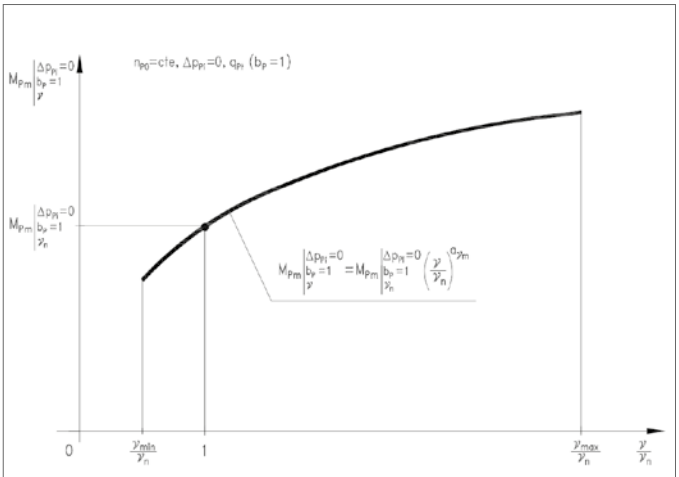
- w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału – momentem indykowanym $M_{Pi} = \dfrac{q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}$,
- w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} na obrót wału – momentem indykowanym $M_{Pi} = \dfrac{q_{Pgv}\Delta p_{Pi}}{2\Pi} = \dfrac{b_P q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}$,
- co w efekcie wpływa na zróżnicowaną intensywność przyrostu $\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ momentu strat mechanicznych określanego, przy różnych wartościach współczynnika $b_P = q_{Pgv}/q_{Pt}$, jako funkcja przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych pompy.

W modelach teoretycznych i matematycznych opisujących moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ strat mechanicznych przyjmuje się hipotezę, że przyrost $\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ momentu strat mechanicznych w pompie jest proporcjonalny do momentu M_{Pi} indykowanego w jej komorach roboczych (rys. 2 i 5).

Obraz wpływu sił bezwładności elementów zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał", wykonujących w pompie ruch obrotowy i posuwisto-zwrotny, na moment M_{Pm} strat mechanicznych można przedstawić, przy założeniu, że prędkość obrotowa n_P silnika napędzającego pompę zmienia się w niewielkim zakresie, jako funkcję wydajności q_{Pgv} (współczyn-



Rys. 2. Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p = 1,\, \nu_n}$ strat mechanicznych w pompie o stałej wydajności q_{Pt} na obrót wału (b_P = 1), przy lepkości ν_n odniesienia cieczy roboczej, jako funkcja przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych pompy – interpretacja graficzna modelu teoretycznego (2)



Rys. 3. Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi} = 0,\, b_p = 1,\, \nu}$ strat mechanicznych w pompie tłokowej (osiowej lub promieniowej) posiadającej obudowę (karter) wypełnioną cieczą, o stałej wydajności q_{Pt} na obrót wału (b_P = 1), przy przyroście indykowanym Δp_{Pi} = 0 ciśnienia w komorach roboczych pompy, jako funkcja stosunku ν/ν_n lepkości ν do lepkości ν_n odniesienia – interpretacja graficzna modelu teoretycznego (3). Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi} = 0,\, b_p = 1,\, \nu}$ strat mechanicznych w pompie nieposiadającej obudowy (karteru) wypełnionej cieczą jest praktycznie niezależny od lepkości ν cieczy, a określany jest przy lepkości ν_n odniesienia cieczy

nika b_P) na obrót wału pompy o zmiennej wydajności na obrót. Siły bezwładności nie zależą od wielkości przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych, stąd ich wpływ na moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie może być ujęty w ocenie wielkości momentu $M_{Pm|\Delta p_{Pi} = 0,\, b_p,\, \nu_n}$ strat mechanicznych, czyli określonego przy przyroście Δp_{Pi} = 0 (rys. 5).

Wpływ sił tarcia występujących między elementami zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał" a cieczą wypełniającą obudowę (karter) pompy tłokowej na moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie można przedstawić, przy założeniu, że prędkość n_P zmienia się w niewielkim zakresie, jako zależność M_{Pm} od lepkości ν cieczy oraz od wydajności q_{Pgv} (współczynnika b_P) na obrót wału pompy (rys. 3, 4, 6, 7).

Zakłada się, że wpływ lepkości ν cieczy na siły tarcia między elementami zespołu konstrukcyjnego „komory robocze – wał" a cieczą wypełniającą obudowę (karter) pompy tłokowej, a w efekcie – na wielkość momentu M_{Pm} strat mechanicznych w pompie, może być oceniony przy jednym poziomie przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych, np. przy przyroście Δp_{Pi} = 0 (rys. 3, 6). Założenie to wiąże się z uproszczeniem zakładającym brak istotnego wpływu przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia na wzrost lepkości ν cieczy i z przyjęciem, w modelu opisującym moment M_{Pm} strat mechanicznych, lepkości ν cieczy określanej w przewodzie dopływowym pompy (przy ciśnieniu p_{P1} równym zeru (przy ciśnieniu bezwzględnym cieczy równym ciśnieniu atmosferycznemu)).

Wpływ sił bezwładności elementów konstrukcyjnych wykonujących w pompie ruch obrotowy lub posuwisto-zwrotny, a także wpływ lepkości ν cieczy na moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie ujęty więc jest w modelu opisującym moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi} = 0,\, b_p,\, \nu}$ tych strat w pompie nieobciążonej (przy Δp_{Pi} = 0) zasilanej cieczą roboczą o zmieniającej się lepkości ν.

Proponowane modele teoretyczne opisujące moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi} = 0,\, b_p,\, \nu}$ strat mechanicznych w nieobciążonej pompie (przy przyroście indykowanym Δp_{Pi} = 0 ciśnienia w komorach roboczych) i przy zmieniającej się lepkości ν cieczy roboczej (wpływ lepkości ν cieczy ma miejsce w pompie tłokowej z cieczą wypełniającą obudowę (karter)), mają postacie:

- w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} (b_P = 1) na obrót wału (rys. 3):

$$M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu} = M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n} \left(\frac{\nu}{\nu_n}\right)^{a_{\nu m}} \tag{3}$$

- w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} ($q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$) na obrót wału (rys. 6):

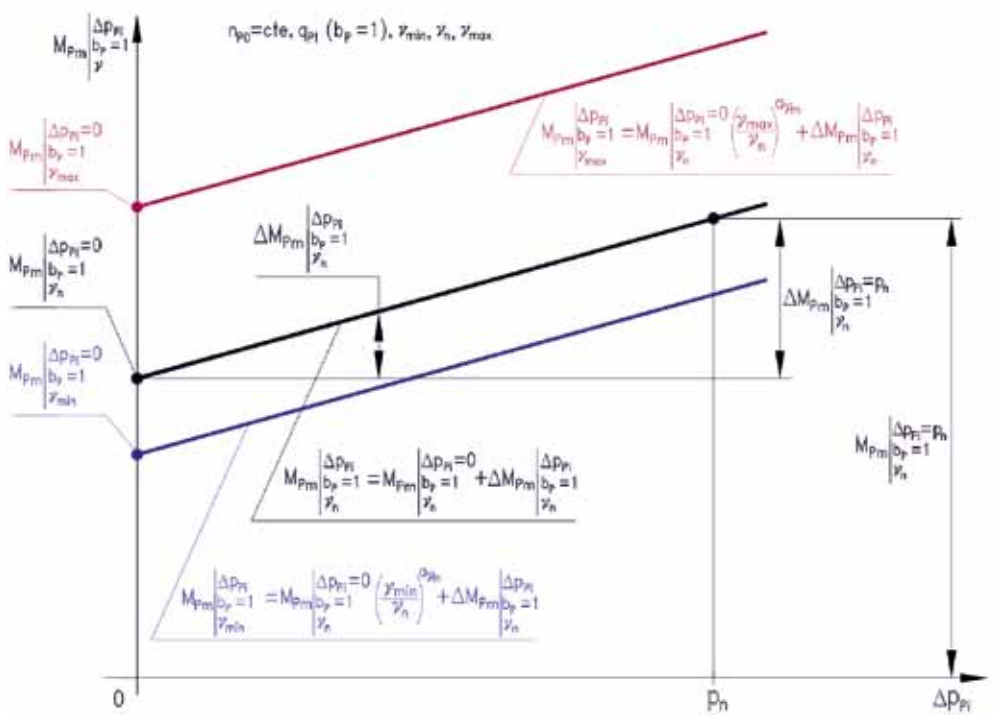
$$M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu} = \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0,\, \nu_n} + \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu_n}\right)\left(\frac{\nu}{\nu_n}\right)^{a_{\nu m}} \tag{4}$$

gdzie:

$$\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu_n} = M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0,\, \nu_n} = \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0,\, \nu_n}\right) b_P \tag{5}$$

Wykładnik $a_{\nu m}$ we wzorach (3) i (4) określa wpływ stosunku ν/ν_n lepkości ν do lepkości ν_n = 35 mm^{2}s^{-1} odniesienia cieczy roboczej na wielkość momentu strat mechanicznych w maszynie wyporowej tłokowej z cieczą wypełniającą obudowę (karter) (zarówno w pompie, jak i w silniku hydraulicznym).

Przyrost $\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ momentu strat mechanicznych w pompie, będący skutkiem obciążenia elementów zespołu konstrukcyjnego momentem indykowanym M_{Pi} wynikającym z przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych pompy,



Rys. 4.
Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p = 1,\, \nu}$ strat mechanicznych w pompie tłokowej (osiowej lub promieniowej) posiadającej obudowę (karter) wypełnioną cieczą, o stałej wydajności q_{Pt} na obrót wału (b_P = 1), jako funkcja przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych pompy – interpretacja graficzna modeli teoretycznych (2) i (8); lepkość ν_{min}, ν_n i ν_{max} cieczy. Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p = 1,\, \nu}$ strat mechanicznych w pompie nieposiadającej obudowy (karteru) wypełnionej cieczą jest praktycznie niezależny od lepkości ν cieczy, a określany jest przy lepkości ν_n odniesienia cieczy

jest niezależny od sił bezwładności elementów wykonujących w pompie ruch obrotowy lub posuwisto-zwrotny. Jest także praktycznie niezależny od lepkości ν cieczy roboczej; może więc być określony przy jednej lepkości, np. przy lepkości ν_n odniesienia cieczy (rys. 4, 7).

Proponowane modele teoretyczne opisujące przyrost $\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_p,\, \nu_n}$ momentu strat mechanicznych w pompie, wynikający z przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych pompy, posiadają formy:

- w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} (b_P = 1) na obrót wału (rys. 4):

$$\begin{aligned}\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P=1,\, \nu} &= \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P=1,\, \nu_n} = \\ &= M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n} = \\ &= \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n,\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n}\right)\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\end{aligned} \tag{6}$$

- w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} ($q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$) na obrót wału (rys. 7):

$$\begin{aligned}\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P,\, \nu} &= \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P,\, \nu_n} = \\ &= M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu_n} = \\ &= \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n,\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n}\right) b_P\, \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\end{aligned} \tag{7}$$

W efekcie proponowane modele teoretyczne opisujące moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie przyjmują postacie:

- w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} (b_P = 1) na obrót wału (rys. 4):

$$\begin{aligned}M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P=1,\, \nu} &= \\ &= M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n}\left(\frac{\nu}{\nu_n}\right)^{a_{vm}} + \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P=1,\, \nu_n} = \\ &= M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n}\left(\frac{\nu}{\nu_n}\right)^{a_{vm}} + \\ &+ \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n,\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n}\right)\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\end{aligned} \tag{8}$$

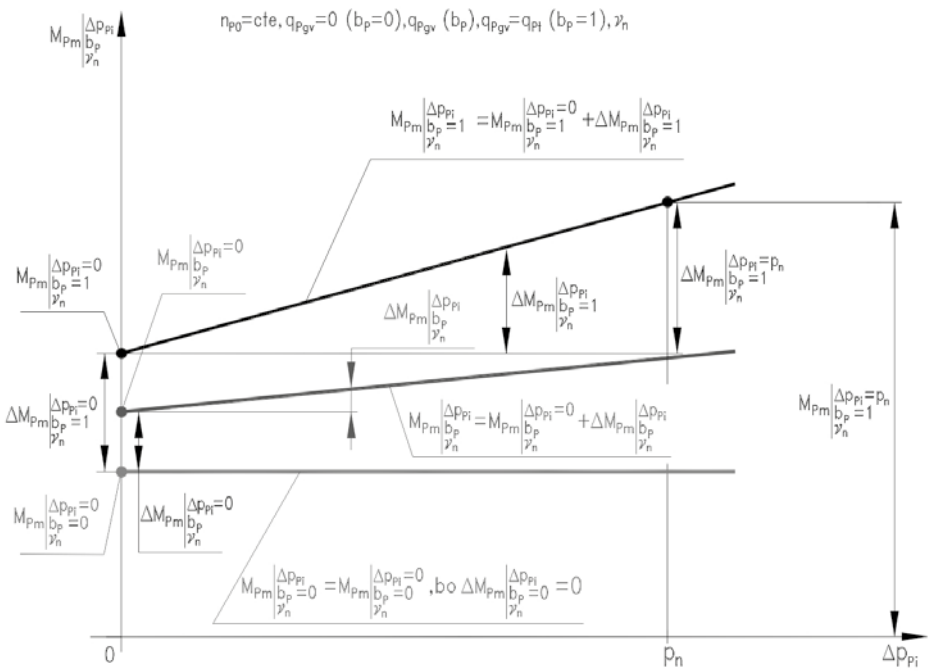
- w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} ($q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$) na obrót wału (rys. 7):

$$\begin{aligned}M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P,\, \nu} &= \\ &= \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0,\, \nu_n} + \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu_n}\right)\left(\frac{\nu}{\nu_n}\right)^{a_{vm}} + \\ &+ \Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P,\, \nu_n}\end{aligned} \tag{9}$$

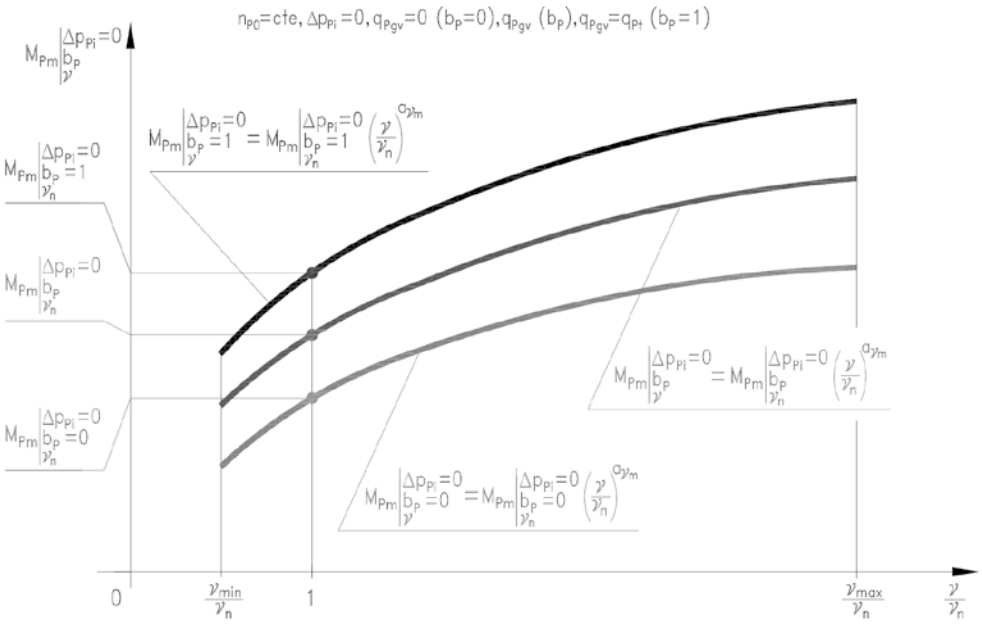
gdzie:

$$\begin{aligned}\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P,\, \nu_n} &= \\ &= \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0,\, \nu_n}\right) b_P\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P,\, \nu_n} &= \\ &= \left(M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n,\, b_P=1,\, \nu_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1,\, \nu_n}\right) b_P\, \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\end{aligned} \tag{11}$$



Rys. 5.
Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_p, \nu_n}$ strat mechanicznych w pompie o zmiennej wydajności $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ na obrót wału, przy lepkości ν_n odniesienia cieczy roboczej, jako funkcja przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych pompy – interpretacja graficzna modeli teoretycznych (2) i (7); wydajność q_{Pgv} na obrót wału (współczynnik b_P zmiany wydajności na obrót wału): $q_{Pgv} = 0$ ($b_P = 0$), q_{Pgv} (b_P), $q_{Pgv} = q_{Pt}$ ($b_P = 1$)



Rys. 6.
Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_p, \nu}$ strat mechanicznych w pompie tłokowej (osiowej lub promieniowej) posiadającej obudowę (karter) wypełnioną cieczą, o zmiennej wydajności $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ na obrót wału, przy przyroście indykowanym $\Delta p_{Pi} = 0$ ciśnienia w komorach roboczych pompy, jako funkcja stosunku ν/ν_n lepkości ν do lepkości ν_n odniesienia cieczy – interpretacja graficzna modelu teoretycznego (4); wydajność q_{Pgv} na obrót wału (współczynnik b_P zmiany wydajności na obrót wału): $q_{Pgv} = 0$ ($b_P = 0$), q_{Pgv} (b_P), $q_{Pgv} = q_{Pt}$ ($b_P = 1$). Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_p, \nu}$ strat mechanicznych w pompie nie posiadającej obudowy (karteru) wypełnionej cieczą jest praktycznie niezależny od lepkości ν cieczy, a określany jest przy lepkości ν_n odniesienia cieczy

Modele matematyczne momentu strat mechanicznych

W modelach matematycznych opisujących moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie zastosowane są współczynniki k_i strat odnoszące (porównujące) składniki opisujące moment M_{Pm} strat w modelach teoretycznych do momentu teoretycznego M_{Pt} pompy. Moment teoretyczny M_{Pt} pompy jest także wielkością odniesienia zastosowaną w opisie momentu M_{Pi} indykowanego w komorach roboczych pompy:

- moment teoretyczny $M_{Pt} = \dfrac{q_{Pt} p_n}{2\Pi}$ pompy o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału ($b_P = 1$) jest określony przy przyroście Δp_P ciśnienia w pompie równym ciśnieniu nominalnemu p_n układu, w którym pompa jest zastosowana – $\Delta p_P = p_n$, oraz przy założeniu, że w pompie nie występują straty ciśnieniowe i mechaniczne,
- moment indykowany

$$M_{Pi} = \frac{q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi} = \frac{q_{Pt} p_n}{2\Pi}\,\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n} = M_{Pt}\,\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}$$

w komorach roboczych pompy o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału ($b_P = 1$) jest określony przy przyroście indykowanym Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych,

- moment indykowany

$$M_{Pi} = \frac{q_{Pgv}\Delta p_{Pi}}{2\Pi} = \frac{b_P q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi} =$$

$$= \frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi} b_P \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n} = M_{Pt} b_P \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}$$

w komorach roboczych pompy o geometrycznej (zmiennej) wydajności $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ na obrót wału jest określony przy przyroście indykowanym Δp_{Pi} ciśnienia w komorach roboczych.

Modele teoretyczne i matematyczne opisują moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału bądź o geometrycznej (zmiennej) wydajności $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ na obrót wału:

- $q_{Pt} = q_{P|\Delta p_{Pi}=0,\, p_{P1i}=0,\, b_p=1,\, v_n}$ jest wydajnością teoretyczną na obrót wału pompy o stałej wydajności na obrót ($b_P = 1$), określoną przy $\Delta p_{Pi} = 0$, $p_{P1i} = 0$ i v_n, która jest równa objętości czynnej komór roboczych tworzonej w trakcie jednego obrotu wału;
- $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ jest wydajnością geometryczną na obrót wału pompy o zmiennej wydajności na obrót, określoną przy $\Delta p_{Pi} = 0$, $p_{P1i} = 0$ i v_n, która jest równa objętości czynnej komór roboczych tworzonej w trakcie jednego obrotu wału. Wydajność q_{Pgv} na obrót wału pompy zmienia się w granicach $0 \le q_{Pgv} \le q_{Pt}$ zaś współczynnik $b_P = q_{Pgv}/q_{Pt}$ zmiany wydajności na obrót wału pompy zmienia się w granicach $0 \le b_P \le 1$.

Proponowane modele matematyczne opisujące moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie, nawiązujące do modeli teoretycznych momentu strat mechanicznych, mają postać:

- w pompie o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} ($b_P = 1$) na obrót wału (w nawiązaniu do modelu teoretycznego (8)):

$$M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, v} = k_{4.1}\, M_{Pt}\left(\frac{v}{v_n}\right)^{a_{vm}} + k_{4.2} M_{Pt}\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n} =$$

$$= \left[k_{4.1}\left(\frac{v}{v_n}\right)^{a_{vm}} + k_{4.2}\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\right] M_{Pt} = \tag{12}$$

$$= \left[k_{4.1}\left(\frac{v}{v_n}\right)^{a_{vm}} + k_{4.2}\frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\right]\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}$$

gdzie:

$$k_{4.1} = \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1, v_n}}{M_{Pt}} = \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=1, v_n}}{\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}} \tag{13}$$

$$k_{4.2} = \frac{\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P=1, v_n}}{M_{Pi}} = \frac{\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P=1, v_n}}{\frac{q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}} =$$

$$= \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi},\, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n}}{\frac{q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}} = \tag{14}$$

$$= \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n}}{\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}} =$$

$$= \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n}}{M_{Pt}}$$

- w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} ($q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$) na obrót wału (w nawiązaniu do modeli teoretycznych (9), (10) i (11)):

$$M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P, v} =$$

$$= (k_{4.1.1} + k_{4.1.2}\, b_P) M_{Pt}\left(\frac{v}{v_n}\right)^{a_{vm}} + k_{4.2} M_{Pt} b_P \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n} =$$

$$= \left[(k_{4.1.1} + k_{4.1.2}\, b_P)\left(\frac{v}{v_n}\right)^{a_{vm}} + k_{4.2}\, b_P \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\right] M_{Pt} = \tag{15}$$

$$= \left[(k_{4.1.1} + k_{4.1.2}\, b_P)\left(\frac{v}{v_n}\right)^{a_{vm}} + k_{4.2}\, b_P \frac{\Delta p_{Pi}}{p_n}\right]\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}$$

gdzie:

$$k_{4.1.1} = \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0, v_n}}{M_{Pt}} = \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0, v_n}}{\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}} \tag{16}$$

$$k_{4.1.2} = \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0, v_n}}{M_{Pt}} =$$

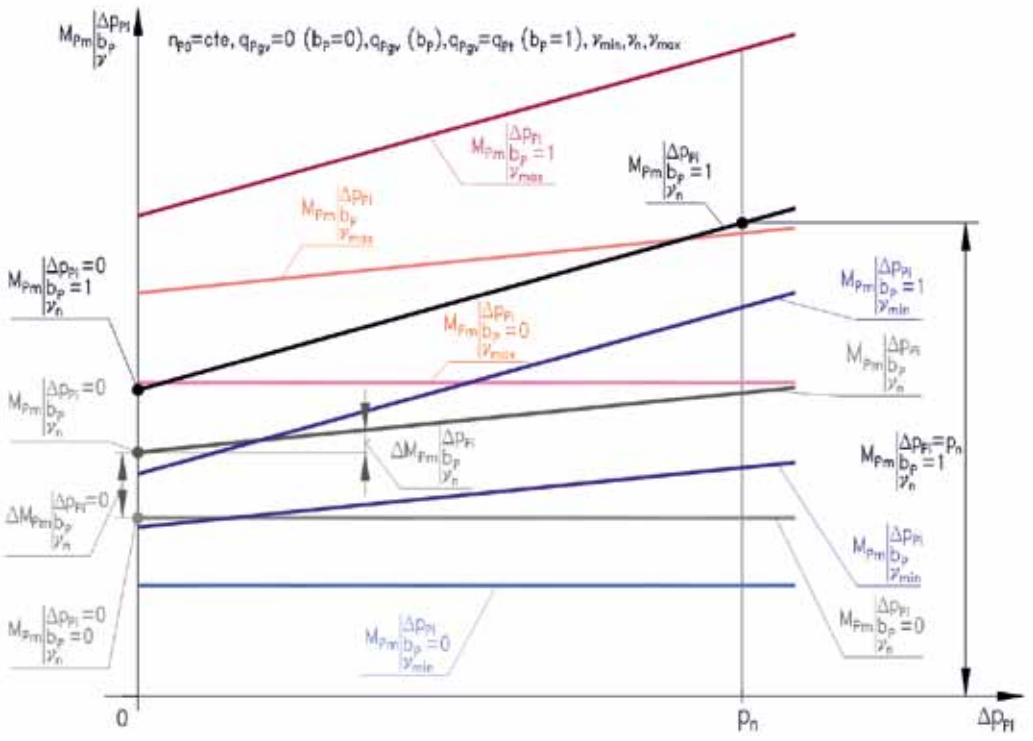
$$= \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0,\, b_P=0, v_n}}{\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}} \tag{17}$$

$$k_{4.2} = \frac{\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P, v_n}}{M_{Pi}} =$$

$$= \frac{\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P, v_n}}{\frac{b_P\, q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}} = \frac{\Delta M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_P=1, v_n}}{\frac{q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}} =$$

$$= \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n}}{\frac{q_{Pt}p_n}{2\Pi}} = \tag{18}$$

$$= \frac{M_{Pm|\Delta p_{Pi}=p_n, b_P=1, v_n} - M_{Pm|\Delta p_{Pi}=0, b_P=1, v_n}}{M_{Pt}}$$



Rys. 7. Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_p, \nu}$ strat mechanicznych w pompie tłokowej (osiowej lub promieniowej) posiadającej obudowę (karter) wypełnioną cieczą, o zmiennej wydajności $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ na obrót wału, jako funkcja przyrostu Δp_{Pi} ciśnienia indykowanego w komorach roboczych pompy – interpretacja graficzna modelu teoretycznego (9); wydajność q_{Pgv} na obrót wału (współczynnik b_P zmiany wydajności na obrót wału): $q_{Pgv} = 0$ ($b_P = 0$), q_{Pgv} (b_P), $q_{Pgv} = q_{Pt}$ ($b_P = 1$); lepkość ν_{min}, ν_n i ν_{max} cieczy. Moment $M_{Pm|\Delta p_{Pi}, b_p, \nu}$ strat mechanicznych w pompie nieposiadającej obudowy (karteru) wypełnionej cieczą jest praktycznie niezależny od lepkości ν cieczy, a określany jest przy lepkości ν_n odniesienia cieczy

Komentarz:

- Suma ($k_{4.1.1} + k_{4.1.2}$) współczynników zastosowanych w modelu matematycznym (15) opisującym moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} ($q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$) na obrót wału równa się współczynnikowi $k_{4.1}$ zastosowanemu w modelu matematycznym (12) opisującym moment M_{Pm} strat mechanicznych w tej pompie pracującej jako pompa o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału: $k_{4.1.1} + k_{4.1.2} = k_{4.1}$.
- Współczynnik $k_{4.2}$ zastosowany w modelu matematycznym (15) opisującym moment M_{Pm} strat mechanicznych w pompie o geometrycznej (zmiennej) wydajności q_{Pgv} ($q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$) na obrót wału równa się współczynnikowi $k_{4.2}$ zastosowanemu w modelu matematycznym (12) opisującym moment M_{Pm} strat mechanicznych w tej pompie pracującej jako pompa o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału.

Wnioski

1. Opracowano modele teoretyczne i matematyczne momentu M_{Pm} strat mechanicznych w zespole „komory robocze – wał" pompy wyporowej o stałej q_{Pt} (V_{Pt}) i o zmiennej $q_{Pgv} = b_P\, q_{Pt}$ (V_{Pgv}) wydajności na obrót wału pompy.

   Modele obrazują zależność momentu M_{Pm} strat mechanicznych w zespole od momentu $M_{Pi} = \dfrac{q_{Pgv}\Delta p_{Pi}}{2\Pi} = \dfrac{b_P\, q_{Pt}\Delta p_{Pi}}{2\Pi}$ indykowanego w komorach roboczych pompy, a także od lepkości ν cieczy roboczej na dopływie do pompy zmieniającej się w zakresie $\nu_{min} \le \nu \le \nu_{max}$. Założono, że nieznaczna zmiana prędkości obrotowej n_P silnika napędzającego pompę (pod wpływem zmieniającego się momentu M_P na wale pompy obciążającego silnik) nie wpływa praktycznie na moment M_{Pm} strat.

   Moment M_{Pi} indykowany w komorach roboczych pompy oraz lepkość ν cieczy roboczej są parametrami niezależnymi od momentu M_{Pm} strat mechanicznych występujących w zespole „komory robocze – wał".

   Modele obrazują również zależność momentu M_{Pm} od wielkości q_{Pgv} wydajności na obrót wału pompy (współczynnika $b_P = q_{Pgv}/q_{Pt}$ wydajności na obrót pompy) w pompie o zmiennej wydajności na obrót. W modelach przyjmuje się zmianę q_{Pgv} (b_P) w zakresie $0 \le q_{Pgv} \le q_{Mt}$ ($0 \le b_p \le 1$).
2. Modele matematyczne momentu M_{Pm} strat mechanicznych oparte są na zdefiniowanych współczynnikach k_i strat energetycznych odnoszących moment strat mechanicznych do wielkości odniesienia, czyli do: momentu teoretycznego M_{Pt} pompy o teoretycznej (stałej) wydajności q_{Pt} na obrót wału, określonego przy przyroście Δp_{Pi} ciśnienia w pompie równym ciśnieniu nominalnemu p_n pracy układu ($\Delta p_{Pi} = p_n$), przy:
   - znanych wartościach $b_P = q_{Pgv}/q_{Pt}$ współczynnika wydajności pompy;
   - założeniu praktycznie stałej prędkości n_P pompy równej prędkości n_{P0} wału pompy nieobciążonej ($n_P = n_{P0}$).
3. Modele matematyczne momentu M_{Pm} strat mechanicznych w zespole „komory robocze – wał" powinny korespondować z modelami strat objętościowych w komorach roboczych oraz z modelami strat ciśnieniowych w kanałach pompy.

Bibliografia

[1] Paszota Z.: *Graficzne przedstawianie mocy strat energetycznych oraz mocy rozwijanych w elementach układu napędu i ste-*

rowania hydrostatycznego. Część I – Układy ze sterowaniem dławieniowym szeregowym prędkości silnika hydraulicznego obrotowego. Rozdział w monografii pt. *Badanie, konstrukcja, wytwarzanie i eksploatacja układów hydraulicznych* pod redakcją Adama Klicha, Edwarda Palczaka i Andrzeja Medera. Biblioteka „Cylinder". Centrum Mechanizacji Górnictwa „Komag", Gliwice 2008, s. 121–139, rys. 12, bibliograf. 10 poz.

[2] Paszota Z.: *Graficzne przedstawianie mocy strat energetycznych oraz mocy rozwijanych w elementach układu napędu i sterowania hydrostatycznego. Część II – Układy ze sterowaniem dławieniowym równoległym i ze sterowaniem objętościowym prędkości silnika hydraulicznego obrotowego.* Rozdział w monografii pt. *Badanie, konstrukcja, wytwarzanie i eksploatacja układów hydraulicznych* pod redakcją Adama Klicha, Edwarda Palczaka i Andrzeja Medera. Biblioteka „Cylinder". Centrum Mechanizacji Górnictwa „Komag", Gliwice 2008, s. 141–159, rys. 7, bibliograf. 10 poz.

[3] Paszota Z.: *Kierunek wzrostu strumienia mocy w układzie napędu i sterowania hydrostatycznego. Graficzne przedstawianie mocy strat energetycznych oraz mocy rozwijanych w elementach układu – Cz. I. Układy ze sterowaniem dławieniowym szeregowym prędkości silnika hydraulicznego obrotowego.* „Napędy i Sterowanie", Miesięcznik naukowo-techniczny, nr 10 (114), Rok X, Październik 2008, s. 142–152, rys. 13, bibliograf. 12 poz.

[4] Paszota Z.: *Kierunek wzrostu strumienia mocy w układzie napędu i sterowania hydrostatycznego. Graficzne przedstawianie mocy strat energetycznych oraz mocy rozwijanych w elementach układu – Cz. II. Układy ze sterowaniem dławieniowym równoległym i ze sterowaniem objętościowym prędkości silnika hydraulicznego obrotowego.* „Napędy i Sterowanie", Miesięcznik naukowo-techniczny, nr 11 (115), Rok X, Listopad 2008, s. 116–125, rys. 7, bibliograf. 12 poz.

[5] Paszota Z.: *Graphical presentation of the power of energy losses and power developed in the elements of hydrostatic drive and control system. Part I – Rotational hydraulic motor speed series throttling control systems.* „Polish Maritime Research" 3 (57) 2008, Vol. 15; s. 28–37, rys. 13, bibliogr. 12 poz.

[6] Paszota Z.: *Graphical presentation of the power of energy losses and power developed in the elements of hydrostatic drive and control system. Part II – Rotational hydraulic motor speed parallel throttling control and volumetric control systems.* „Polish Maritime Research" 4 (58) 2008, Vol. 15; s. 21–29, rys. 7, bibliograf. 13 poz.

[7] Paszota Z.: *Pole pracy układu napędu hydrostatycznego.* Rozdział w monografii pt. *Badanie, konstrukcja, wytwarzanie i eksploatacja układów hydraulicznych* pod redakcją Adama Klicha, Antoniego Kozieła i Edwarda Palczaka. Biblioteka „Cylinder". Centrum Mechanizacji Górnictwa „Komag", Gliwice 2009, s. 31–43, rys. 1, bibliograf. 10 poz.

[8] Paszota Z.: *Parametry badań sprawności energetycznej pomp i silników hydraulicznych. Pole pracy układu napędu hydrostatycznego.* „Napędy i Sterowanie", Miesięcznik naukowo-techniczny, nr 11 (127), Rok XI, Listopad 2009, s. 124–129, rys. 1, bibliograf. 11 poz.

[9] Paszota Z.: *The operating field of a hydrostatic drive system parameters of the energy efficiency investigations of pumps and hydraulic motors.* „Polish Maritime Research" 4 (62) 2009, Vol. 16; s. 16–21, rys. 1, bibliogr. 11 poz.

[10] Paszota Z.: *Straty energetyczne w silniku hydraulicznym obrotowym – definicje i zależności służące ocenie sprawności silnika i napędu hydrostatycznego.* Rozdział w monografii pt. *Badanie, konstrukcja, wytwarzanie i eksploatacja układów hydraulicznych* pod redakcją Adama Klicha, Antoniego Kozieła i Edwarda Palczaka. Biblioteka „Cylinder 2010". Instytut Techniki Górniczej KOMAG, Gliwice 2010, s. 31–54, rys. 1, bibliograf. 14 poz.

[11] Paszota Z.: *Modele teoretyczne i matematyczne momentu strat mechanicznych w silniku hydraulicznym obrotowym stosowanym w napędzie hydrostatycznym.* Rozdział w monografii pt. *Badanie, konstrukcja, wytwarzanie i eksploatacja układów hydraulicznych* pod redakcją Adama Klicha, Antoniego Kozieła i Edwarda Palczaka. Biblioteka „Cylinder 2010". Instytut Techniki Górniczej KOMAG, Gliwice 2010, s. 123–137, rys. 6, bibliograf. 10 poz.

[12] Paszota Z.: *Straty energetyczne w silniku hydraulicznym obrotowym – definicje i zależności służące ocenie sprawności silnika i napędu hydrostatycznego.* „Napędy i sterowanie", miesięcznik naukowo-techniczny, nr 10 (138) Rok XII, Październik 2010, s. 114–125, rys. 1, bibliograf. 15 poz.

[13] Paszota Z.: *Modele teoretyczne i matematyczne momentu strat mechanicznych w silniku hydraulicznym obrotowym stosowanym w napędzie hydrostatycznym.* „Napędy i Sterowanie", Miesięcznik naukowo-techniczny, nr 11 (139), Rok XII, Listopad 2010, s. 122–129, rys. 6, bibliograf. 11 poz.

[14] Paszota Z.: *Energy losses in the hydraulic rotational motor – definitions and relations for evaluation of the efficiency of motor and hydrostatic drive.* „Polish Maritime Research" 2 (65) 2010, Vol. 17; s. 44–54, rys. 1, bibliograf. 14 poz.

[15] Paszota Z.: *Theoretical and mathematical models of the torque of mechanical losses in a hydraulic rotational motor for hydrostatic drive.* „Polish Maritime Research" 3 (66) 2010, Vol. 17; s. 18–25, rys. 6, bibliograf. 10 poz.

[16] Paszota Z.: *Napędy hydrostatyczne jako maszyny bezpieczne i energooszczędne.* „Napędy i Sterowanie", Miesięcznik naukowo-techniczny, nr 1 (141), Rok XIII, Styczeń 2011, s. 74–79, bibliograf. 19 poz.

[17] Paszota Z.: *Napędy hydrostatyczne jako maszyny bezpieczne i energooszczędne.* Konferencja Naukowo-Techniczna „Innowacyjne Maszyny i Technologie – Bezpieczeństwo" 2–3 lutego 2011 – Szczyrk, Organizator: „Napędy i Sterowanie", Miesięcznik naukowo-techniczny; s. 6, bibliograf. 19 poz.

[18] Paszota Z.: *Hydrostatic drives as safe and energy saving machines. The drive investigation method compatible with the diagram of power increase opposite to the direction of power flow.* „Polish Maritime Research" 1 (68) 2011, Vol. 18; s. 3–9, rys. 1, bibliograf. 22 poz.

prof. dr hab. inż. Zygmunt Paszota – Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa, Politechnika Gdańska, Gdańsk;
e-mail: zpaszota@pg.gda.pl

artykuł recenzowany

reklama